$\mu = 1 \neq \varepsilon$, $\rho = 0$ $\vec{j} = \vec{0}$ nichtleitend $D = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$ Lineare Optik $\nabla\cdot\vec{D} = 0$ $\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ $\nabla\cdot\vec{B} = 0$ $\nabla\times\vec{B} = \mu_0\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ Wellengleichungen $\Delta\vec{E} - \varepsilon\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0$

$\Delta\vec{B} - \varepsilon\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0$ Phasengeschwindigkeit $v_\varphi = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\cdot c = \frac{c}{n}$ Ebene Welle $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0\cdot\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \phi)$ Dispersionsrelation $\vec{k}^2 = \sum k_i^2 = \frac{n^2\omega^2}{c^2}$

$k = |\vec{k}| = \frac{2\pi n}{\lambda}$ $\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi n}{k} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{c}{\nu}$ (Vakuumwellenl.) $\lambda_m = \frac{\lambda}{n}$ im Medium $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$ $c = \lambda\nu = \frac{\lambda\omega}{2\pi}$ Analyt. Feld $\vec{E}_c(\vec{r},t) = \vec{E}_{0c}\, e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \phi)}$

$\Rightarrow \vec{E}(\vec{r},t) = \mathrm{Re}(\vec{E}_c(\vec{r},t)) = \frac{1}{2}(E_c(\vec{r},t) + E_c^*(\vec{r},t))$ Transversale Wellen $k \perp \vec{D}$, $k \perp \vec{B}$ $\vec{B} \perp \vec{E}$, $\vec{B} \perp \vec{D}$ | $\vec{E} \perp \vec{k}$, $|\vec{E}| = \frac{c}{n}|\vec{B}|$ isotrope Medien | Energiestromdichte $\vec{S}(\vec{r},t) = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E}\times\vec{B})$

$\vec{S}(\vec{r},t) = \varepsilon_0 c^2(\vec{E}\times\vec{B})$ Intensität $I = \langle|\vec{S}|\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T |\vec{S}|\,dt = \varepsilon_0 nc\langle|\vec{E}|^2\rangle$ Vakuumimpedanz $\frac{1}{Z_0} = \varepsilon_0 c$ $Z_0 = 377\,\Omega$ $I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 nc|\vec{E}_0|^2$ reelles physik. Feld, linear polarisiert

Strahlungsdruck $P_S = \frac{I}{c}$ | $P_S = 2\frac{I}{c}$ vollst. Reflexion | Superposition $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ Fourier $\vec{E}(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\vec{E}_0(\omega)e^{i\omega t}d\omega$ $\vec{E}_0(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty}\vec{E}(t)e^{-i\omega t}dt$

Frequenzunschärfe $\Delta\nu = \frac{1}{\Delta t}$ $\Delta\omega_F\,\Delta t_F \approx 2\pi$ $\Delta\nu_F\,\Delta t_F \approx 1$ Dispersion $k(\omega) = k(\omega_0) + \Omega k'(\omega_0) + \frac{1}{2}\Omega^2 k''(\omega_0) + \dots$ $|\Omega| \ll \omega_0$, $\omega = \omega_0 + \Omega$ Wellenpaket $E_x(z,t) = \frac{1}{2\pi}e^{i(\dots)}A(z,t)$

Gruppengeschw. $v_{gr} = \frac{c}{n} - \frac{k\cdot c}{n^2}\frac{dn}{dk}$ $\frac{1}{v_{gr}} = \frac{1}{v_\varphi}\left(1 - \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right)$ | $v_{gr} = v_\varphi = c$ im Vakuum | Vergrößerung der Impulsdauer $\delta t(D) = \delta t_0\sqrt{1 + 4(Dk'')^2/(\delta t_0)^4}$

für $E_{0x}(t) = e^{-\left(\frac{t}{\delta t_0}\right)^2}$ Dispersion $|\varepsilon(\omega)| \approx 1$ verdünnte Medien | $n_R = 1 + \frac{e^2N}{2\varepsilon_0 m}\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$ $n_I = \frac{e^2N}{2\varepsilon_0 m}\frac{-\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$ $n = n_R + i n_I$ | $\frac{1}{a} = \frac{-\lambda}{4\pi n_I}$ normale Inzidenz |

Absorption $E(t,z) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} = E_0 e^{\frac{\omega n_I}{c}z}\, e^{i(\omega t - \frac{\omega n_R}{c}z)}$ $\Rightarrow$ Intensität $I(z) = I(0)e^{\frac{2\omega n_I}{c}z} = I(0)e^{-az}$ Extinktionskoeffizient $a = \frac{e^2N}{\varepsilon_0 mc}\frac{\gamma\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} = \frac{-2\omega n_I}{c}$ $= K$

Eindringtiefe $d = \frac{1}{a}$ Durchlässigkeit / Transmission $T = \frac{I(z)}{I(0)} = e^{-az}$ Absorptionskoeffizient $\alpha = K_0 \cdot a = -2k_0 n_I = -\frac{\omega}{c}2k_0 n_I = -\frac{\lambda}{\pi}k_0 n_I$ Leitungselektronendichte

Absorptionsquerschnitt σ: $I(z) = I(0)e^{-\sigma N z}$ Normale Dispersion $\frac{dn}{d\omega} > 0 > \frac{dn}{d\lambda}$ Dielektrische Metalle $\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega}$, $\omega_p^2 = \frac{e^2N}{\varepsilon_0 m}$

Leitfähigkeit $\sigma_L = \frac{\varepsilon_0\omega_p^2}{\gamma}$ $\Rightarrow \varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\gamma\omega}$ Grenzflächen: Stetigkeitsbedingungen E^t, H^t stetig; D^n, B^n stetig Brewster-Winkel

Reflektionsgesetz $\vec{k}_e\vec{r} = \vec{k}_r\vec{r} = \vec{k}_t\vec{r}$ $\theta_e = \theta_r$ Einfallswinkel = Ausfallswinkel! Snellius $n_e\sin(\theta_e) = n_t\sin(\theta_t)$ $\theta_B = \arctan\left(\frac{n_t}{n_e}\right)$

Fresnel | $r = \frac{n_e - n_t}{n_e + n_t}$, $t = \frac{2n_e}{n_e + n_t}$, $R = \left(\frac{1 - \frac{n_t}{n_e}}{1 + \frac{n_t}{n_e}}\right)^2$, $R = |r|^2 = r\cdot r^*$ senkrechte Inzidenz | $r_\parallel = \frac{E_r^\parallel}{E_e^\parallel} = \frac{n_t\cos(\theta_e) - n_e\cos(\theta_t)}{n_t\cos(\theta_e) + n_e\cos(\theta_t)} = \frac{\tan(\theta_e - \theta_t)}{\tan(\theta_e + \theta_t)}$ p-pol.

$r_\perp = \frac{E_r^\perp}{E_e^\perp} = \frac{n_e\cos(\theta_e) - n_t\cos(\theta_t)}{n_e\cos(\theta_e) + n_t\cos(\theta_t)} = -\frac{\sin(\theta_e - \theta_t)}{\sin(\theta_e + \theta_t)}$ s-pol. $R_\parallel = |r_\parallel|^2$, $R_\perp = |r_\perp|^2$ Totalreflexion $\theta_T = \arcsin\left(\frac{n_t}{n_e}\right)$ $\theta_e > \theta_T \Rightarrow R_\parallel = R_\perp = 1$

Evaneszente Wellen $k_{ty} = k_{t\perp} = \pm i k_t\sqrt{\left(\frac{n_e}{n_t}\right)^2\sin^2(\theta_e) - 1} = \pm i\beta$ $\Rightarrow \vec{E}(x,y,t) = \vec{E}_{0t}e^{-\beta x}e^{i(k_{tx}x - \omega t)}$ (exponentieller Abfall) $d = \frac{1}{\beta}$

optisch dünneres Medium auf optisch dichteres Medium: Strahl wird zum Lot hingebrochen. Bed. für Totalreflexion: $n_e > n_t$

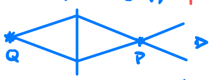
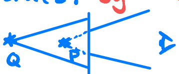
Lichtwellenleiter / Glasfasern: $n_0\cdot\sin(\phi_{max,a}) = n_K\sin(\phi_{max})$ $\phi_{max} = \frac{\pi}{2} - \theta_T$ $\theta_T = \arcsin\left(\frac{n_M}{n_K}\right)$ Numerische Apertur: $NA = n_0\cdot\sin(\phi_{max,a}) = \sqrt{n_K^2 - n_M^2}$

$t_F = n_K\frac{L}{c}$ entlang der Faserachse $t_F' = \frac{n_K L}{c}\frac{1}{\cos(\phi_{max})} \approx \frac{n_K L}{c}$ $\frac{n_K L}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\sin^2(\phi_{max})\right) = t_F + \Delta t$ nicht entlang der Faserachse Informationsverlust $\Delta t > \delta t$ Dauer eines Bits

---

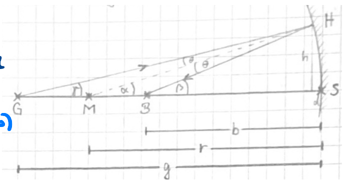
Fermatsches Prinzip $W(s) = \int_{S(Q\to P)} n(\vec{r})\,ds$; $\left(\frac{\delta W(s)}{\delta S}\right)_{S_0} = 0$ S_0 optischer Weg, Strahlengänge sind umkehrbar, Geradlinig in hom. Med.

Prisma mit Winkel α: $\delta = \theta_{e1} - \alpha + \arcsin\left(\sin(\alpha)\sqrt{n^2 - \sin^2(\theta_{e1})} - \sin(\theta_{e1})\cos(\alpha)\right)$ | $\sin\left(\frac{\delta_{min} + \alpha}{2}\right) = n\cdot\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ symmetrische Durchstr. $\theta_{e1} = \theta_{t2}$ |

Paraxiale Näherung $\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta$ Reelle Abb.:  Virtuelle Abb.: 

Kugelspiegel

Gegenstandseitige Brennweite $f_G = \frac{n_1 r}{n_2 - n_1}$ $(b\to\infty)$



Paraxial: $\gamma \approx \frac{h}{g}$ $\alpha \approx \frac{h}{r}$ $\beta \approx \frac{h}{b}$ $\theta = \beta - \alpha = \alpha - \gamma$ $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$ Abbgl. für Kugelspiegel

Konstruktion des Bildes:
I parallel zu optischer Achse, dann durch f
II durch f
III durch Mittelpunkt d. Instruments

Achsennahe Strahlen: $n_1\theta_e = n_2\theta_t$
Abbgl. für brechende Kugelflächen $\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r}$
Bilds. Brennweite $f_B = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1}$ $(g\to\infty)$

Dünne Linsen $\frac{n_1}{g} + \frac{n_3}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2}$
Linsmaker's Formula $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{f}$

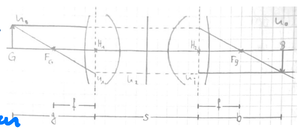
Transversale Vergr. $V_T = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g} = \frac{f}{f - g}$
Longitudinale/axiale Vergr. $V_L = \frac{db}{dg} = -\frac{f^2}{(g-f)^2} = -V_T^2$

Gegenstandsweite	Abbildungstyp	Bildweite	transversale Vergr.
$2f < g < \infty$	reell	$f < b < 2f$	$-1 < V_T < 0$ verkl.
$g = 2f$	reell	$b = 2f$	$V_T = -1$
$f < g < 2f$	reell	$2f < b < \infty$	$V_T < -1$ vergr.
$g = f$	–	$b \to \infty$	–
$0 < g < f$	virtuell	$b < -g$	$V_T > 1$ vergr.

Sammellinse

	> 0	< 0
g	G links von S	G rechts von S
f_G	F_G links von S	F_G rechts von S
b	B rechts von S	B links von S
f_B	F_B rechts von S	F_B links von S
r	M rechts von S	M links von S

Dicke Linsen
$\Rightarrow$ Hauptebenen berechnen
$\Rightarrow$ Linsmaker's zwei dünne Linsen



Matrizenformalismus $\vec{S} = \begin{pmatrix} n\alpha \\ x \end{pmatrix}$ α, x zur opt. Achse $\vec{S}_a = \begin{pmatrix} n_a\alpha_a \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_b\alpha_b \\ x \end{pmatrix} = \vec{S}_b$ $P_{ab} = \frac{(n_b - n_a)}{r_{ab}}$

Brechungsmatrix $\overleftrightarrow{B}_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & -P_{ab} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Translationsmatrix $\overleftrightarrow{T}_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{D_b}{n_b} & 1 \end{pmatrix}$

Kombination: $\overleftrightarrow{M} = \overleftrightarrow{T}_c\underbrace{\overleftrightarrow{B}_{bc}\overleftrightarrow{T}_b\overleftrightarrow{B}_{ab}}_{\overleftrightarrow{L}}\overleftrightarrow{T}_a$

Dünne Linse: $\overleftrightarrow{L} = \begin{pmatrix} 1 & -P_{ab} - P_{bc} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1/f \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Hauptebenen $\overleftrightarrow{L} = \overleftrightarrow{T}_R\overleftrightarrow{M}\overleftrightarrow{T}_L$ $h_2 = \frac{n_2}{M_{12}}(1 - M_{22})$ $h_1 = -\frac{n_1}{M_{12}}(1 - M_{11})$ $f = -\frac{1}{M_{12}}$
Punkte in Hauptebene: $V_T = 1$!

Kombination dünner Linsen $h_1 = \frac{fd}{f_2}$ $h_2 = -\frac{fd}{f_1}$ $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$ | $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ für d klein |

Brechkraft $D_i = \frac{1}{f_i}$ $D = \sum_i D_i$ $[D] = \frac{1}{m} = 1$ Dioptrie

Dicke Linse $h_1 = -\frac{f(n-1)d}{nr_2}$ $h_2 = -\frac{f(n-1)d}{nr_1}$ $\frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n-1)d}{nr_1r_2}\right]$

Chromatische Abberation $D(\lambda) = \frac{1}{f(\lambda)} = (n(\lambda) - 1)\underbrace{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}_{A_i}$ $\Delta D_i = (n_{F_i} - n_{C_i})A_i = \frac{1}{V_{di}f_{di}}$ $V_{di} = \frac{n_{di} - 1}{n_{F_i} - n_{C_i}}$ Abbé-Zahl

Sphärische Abberation $\sin\varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} + \dots$ Einfallswinkel minimieren, mehrere Linsen, Begrenzung Pupille durch Blende.

Koma: Strahlen durchlaufen untersch. Bereiche, Bild verschwommen Astigmatismus: Achsenparallele Strahlen vs. solche mit Winkel α

Gesamtsfeldwinkel $\varepsilon = \frac{W}{b}$ ← Gesichtsfelddurchmesser Raumwinkel $\varphi_e = \frac{D}{g}$ Bildhelligkeit $H \propto \frac{\varphi_e^2}{B^2} \propto \frac{D^2}{f^2}$ $g \gg f$ Blenden-/f-Zahl $F = \frac{f}{D}$

Menschliches Auge Hornhaut $n \approx 1{,}37$ Konventionelle Sehweite $S_0 = 25\,cm$ Weitsichtigkeit Auge zu kurz, Brille sammel Kurzsichtigkeit Auge zu lang, Brille streu

Vergrößernde Instrumente $V = \frac{\text{Sehwinkel mit Instrument}}{\text{Sehwinkel ohne Instrument}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}$ $V = \frac{\text{Sehwinkel mit Instrument}}{\text{Sehwinkel im Abstand } S_0} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}$ Abbildung aus dem Unendlichen $B = f\cdot\varepsilon$

Lupe $V_L = \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_0} = \frac{S_0}{f_L} = \frac{25\,cm}{f_L}$ Mikroskop $V_{ob} = \frac{b}{g} = b\left(\frac{1}{f_{ob}} - \frac{1}{b}\right) = \frac{b - f_{ob}}{f_{ob}} = \frac{t}{f_{ob}}$ $t \approx 1{,}6\,cm$ Tubuslänge $\ell = b - f_{ob}$ Vergrößerung $V_{Mikr} = V_{ob}\cdot V_{ok} = \frac{t}{f_{ob}}\cdot\frac{S_0}{f_{ok}}$

Numerische Apertur $NA = n\sin\theta_{max}$ Fernrohr $V_{Fernrohr} = \frac{\varepsilon_F}{\varepsilon_0} = \frac{f_{ob}}{f_{ok}}$ Spiegelteleskope konkaver Parabolspiegel + Plan(Newton) / Ell.(Gregory) / Konkaver / Konvexer Hyp. (Cassegrain)

Fotoapparat, Auge: $r = s \geq 1{,}22\frac{f\cdot\lambda}{d}$ (auflösbarer Bildpunktabstand s)

Teleskop: $\alpha_{min} > 1{,}22\cdot\frac{\lambda}{D}$ (Durchmesser primärer Teleskoplinse D) (minimal aufl. Winkelabst. α_{min})

Mikroskop: $s \geq \frac{\lambda}{n\cdot\sin\alpha}$ (halber Öffnungswinkel α)

Huygens Superposition von Kugelwellen

Richtungskosinus $\alpha = \frac{x}{R}$, $\beta = \frac{y}{R}$ bzw. $\alpha_0 = -\frac{x_0}{R_0}$ $\beta_0 = \frac{y_0}{R_0}$ $\Rightarrow k_x = k\cdot\alpha, k_y = k\cdot\beta$

Fresnel-Kirchhoff $U_0(\xi,\eta) = \Omega(\xi,\eta)\, U_e(\xi,\eta)$ $\Rightarrow U_p(\vec{R}) \propto \iint_\Omega \frac{\exp(ik(r+r_0))}{\underbrace{rr_0}_{\approx RR_0}} d\xi d\eta$ $\quad U_p(\alpha,\beta) \propto \frac{1}{RR_0}\iint_\Omega \exp(-ik(\alpha-\alpha_0)\xi - ik(\beta-\beta_0)\eta)\, d\xi d\eta$

Fernfeld 2D-FT des Nahfeldes!

Normale Inzidenz: $\alpha_0 = \beta_0 = 0$; R, R_0 groß

$$\Rightarrow U_p(\alpha,\beta) \propto \iint_{-\infty}^{+\infty} \Omega(\xi,\eta)\exp[-ik\alpha\xi - ik\beta\eta]\, d\xi d\eta$$

Fraunhofer (fern) $U_p(\alpha,\beta) = \nu_{P_0}\iint_{-\infty}^{\infty}\Omega(\xi,\eta)e^{-ik\alpha\xi - ik\beta\eta}\, d\xi d\eta$ $\quad \nu_B = \frac{e_0}{R\cdot R_0}$

$$= \nu_{P_0}\iint_\Omega \exp(-ik(\alpha-\alpha_0)\xi - ik(\beta-\beta_0)\eta)\, d\xi d\eta$$

Fresnel (nah) $U_p(\vec{R}) = \nu_{P_0}\iint_\Omega \exp\left[-ik\frac{\xi^2+\eta^2}{2RR_0}(R+R_0)\right] d\xi d\eta$

Babinetsches Prinzip: Komplementäre Blenden: gleiche Beugungsintensität.

Beugung an dünnem Spalt

$U_p(\alpha,\beta) \propto 2\pi\delta(k\alpha)\int_{-b/2}^{b/2}\exp(-ik\beta\eta)d\eta \Rightarrow U_p(\beta) \propto \text{sinc}(k\beta\frac{b}{2}) \Rightarrow I \propto \text{sinc}^2(k\beta\frac{b}{2}) \Rightarrow$ Nullstellen d. sinc sind Intensitätsminima, Extrema d. sinc sind Intensitätsmaxima

$I(\beta=0) = b^2 \Rightarrow \frac{I(\beta)}{I(0)} = \text{sinc}^2(k\beta\frac{b}{2}) = \text{sinc}^2(\frac{\pi b\sin\theta}{\lambda}) = \text{sinc}^2(B)$ $\quad \beta = \sin\theta$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (Öffnungswinkel nach Beugung in y-Richtung θ)

$\sin(\theta_{min}) = \pm\frac{n\lambda}{b}$ Minima $\quad \sin(\theta_{max}) = \pm\frac{2n+1}{2}\frac{\lambda}{b}$ Maxima

Rechteckblende $\frac{I(\alpha,\beta)}{I_0} = \text{sinc}^2(\frac{h}{2}k\alpha)\,\text{sinc}^2(\frac{b}{2}k\beta)$ $\quad \sin(\phi) = \alpha$

Kreisförmige Öffnung $I(r) \propto \left(\frac{J_1(\frac{kD\sin\theta}{2})}{\frac{kD\sin\theta}{2}}\right)^2$ J_1-Besselfunktion, Intensitätsverlauf ähnlich Spalt, aber rotationssym. Minima $\sin(\theta_{min}) \approx 1{,}22\frac{\lambda}{D}; 2{,}23\frac{\lambda}{D}; (n+\frac{1}{4})\frac{\lambda}{D}$

Doppelspalt Beide Breite b, im Abstand a ($a > b$) $U_p(\alpha,\beta) = \frac{2\cos(\frac{ka}{2})\sin(\frac{kb}{2})}{k/2} \Rightarrow I(\beta=0) = 4b^2 \Rightarrow \frac{I(\beta)}{I(0)} = \cos^2(k\beta\frac{a}{2})\frac{\sin^2(k\beta\frac{b}{2})}{(k\beta\frac{b}{2})^2}$ $\quad \beta = \sin\theta$

Maxima $\frac{a}{\lambda}\beta_{max} = n$

Beugung am Gitter N lange Spalte $\Rightarrow U_{Gitter}(\beta) = U_0\frac{\sin(Nk\beta\frac{a}{2})}{\sin(k\beta\frac{a}{2})}e^{-i(N-1)k\beta\frac{a}{2}}$ (Gitterkonstante (Abstand) a)

Intensitätsverlauf $I_G(\beta=0) = N^2 \Rightarrow \frac{I_G(\sin\theta)}{I_G(0)} = \frac{\sin^2(Nk\frac{a}{2}\sin\theta)}{N^2\sin^2(k\frac{a}{2}\sin\theta)}$

Einfallswinkel θ_0 $\beta_0 = \sin\theta_0 \neq 0$ Lage der Hauptmaxima (Gittergleichung)

Transmissionswinkel θ $\Rightarrow \sin\theta \to \sin\theta - \sin\theta_0$ $\quad a(\sin\theta - \sin\theta_0) = n\lambda, n \in \mathbb{Z}$

Intensität der Hauptmaxima $= N^2 \cdot$ Intensität von Beugung am einzelnen Spalt, chrom. Ablenkung umgekehrt zum Prisma.

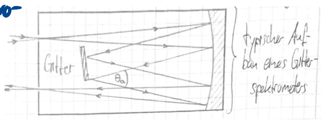
Nullstellen der Beugungsintensität $a(\sin\theta - \sin\theta_0) = \pm\frac{m}{N}\lambda \pm n\lambda$, $m \in \{1,\dots,N-1\}, n \in \mathbb{Z}$ oder $\sin\theta_m = \sin\theta + m\frac{\lambda}{\Lambda}$

Nebenmaxima ($N-2$ Stück): $a(\sin\theta - \sin\theta_0) \approx \pm\frac{2m+1}{2N}\lambda \pm n\lambda$, $m \in \{1,\dots,N-2\}$ Intensität von $\frac{1}{N^2}\cdot$ Intensität der Hauptmaxima

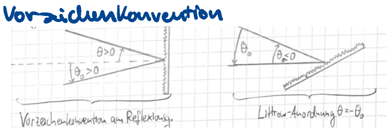
Volle Breite eines Hauptmaximums (bei halber Höhe) $\Delta\Sigma \approx 0{,}885\frac{\lambda}{aN}$ Rayleigh-Kriterium Abstand Hauptmaxima $> \Delta\Sigma$

Auflösung $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN$ $\quad a\Sigma = n\lambda \Rightarrow \exists\lambda_0 : n\lambda_0 \leq 2a$ $\quad$ Länge eines Gitters $L = N\cdot a$ $\quad$ Unschärfe bei Wellenl. best. $\Delta\lambda \approx \frac{2a}{n}\frac{B}{f}\cos\theta$ Littrow

Gitterspektrometer

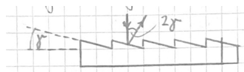


Vorzeichenkonvention

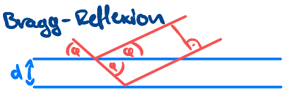


Littrow-Anordnung $\theta_a \approx 0$, weil $\theta = -\theta_0$ $\Rightarrow 2a\sin\theta = n\lambda$, $n \in \mathbb{N}$

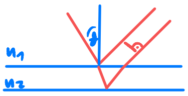
Blaze



Bragg-Reflexion



$2d\sin\varphi = m\lambda$



$2n_2 d\cos\vartheta = (m + \frac{\Delta\Phi}{2\pi})\lambda$

$\Delta\Phi = \begin{cases}\pi, & n_2 < n_1 \wedge n_2 < n_3 \\ -\pi, & n_2 > n_1 \wedge n_2 > n_3 \\ 0, & \text{sonst}\end{cases}$

Kohärenz = Interferenzfähigkeit gilt als perfekte Sinuswelle Kohärenzzeit Phase $\to 2\pi \to \Delta\tau_c \Rightarrow \Delta l_c = c\Delta\tau_c$

Interferenz $\vec{E}(\vec{r},t) = \sum_i \vec{E}_i(\vec{r},t)$

$I(\vec{r},t) = |\sum_i \vec{E}_i(\vec{r},t)|^2$

z.B. $n=2$ $= I_1 + I_2 + \hat{\vec{\varepsilon}}_1\hat{\vec{\varepsilon}}_2 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$

$\delta = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)\vec{r} - \phi$

$I_1 = I_2$ $\Rightarrow \delta = 2m\pi, m \in \mathbb{N} \Rightarrow I = 4I_1$

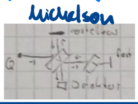
$\delta = (2m+1)\pi, m \in \mathbb{N} \Rightarrow I = 0$

Interferometer

Antireflexionsvergütung $n_F = \sqrt{n_1 n_2}$ auf Oberfl.

Fabry-Perot: $I_R = I_0\frac{2r^2(1-\cos\delta)}{(1+r^4) - 2r^2\cos\delta} = I_0\frac{F\sin^2(\delta/2)}{1 + F\sin^2(\delta/2)}$

Michelson



mit $F = \left(\frac{2r}{1-r^2}\right)^2 = \frac{4R}{(1-R)^2}$ $\quad I_T = I_0 - I_R = I_0\frac{1}{1 + F\sin^2\frac{\delta}{2}}$

$\delta = \frac{4\pi n_F d}{\lambda}\cos\theta_F$ $\quad D_\lambda = \frac{\lambda^2}{2dn_F}\frac{1}{\cos\theta_F} = \lambda - \lambda'$

Doppelbrechung $\Delta l = d(n_0 - n_{ao})$ $\Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi d}{\lambda}(n_0 - n_{ao})$

einachsige Kristalle: $\frac{1}{n_{ao}(\theta)^2} = \frac{\cos^2\theta}{\varepsilon_\perp} + \frac{\sin^2\theta}{\varepsilon_\parallel}$, $n_0 = \sqrt{\varepsilon_\perp}$ oder $n^e(\theta) = n_0\sqrt{\frac{1 + \tan^2\theta}{1 + (\frac{n_0}{n_e})^2\tan^2\theta}}$

$\vec{k} \parallel \vec{e}_z$ $\Rightarrow \varepsilon = \begin{pmatrix}\varepsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\parallel\end{pmatrix}$

"walk-off"-angle: $\rho(\theta) = \pm\arctan((\frac{n_0}{n_e})^2\tan\theta) \mp \theta$

Polarisation

linear $\vec{E} = \begin{pmatrix}E_{x,0} \\ E_{y,0} \\ 0\end{pmatrix}\cos(kz - \omega t)$

zirkular $\vec{E} = E_0\begin{pmatrix}\cos(kz-\omega t) \\ \sin(kz-\omega t) \\ 0\end{pmatrix}$

+ linkszirkular

- rechtszirkular

Elliptisch: $\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} = 1$

Jones-Vektoren lin, x: $\begin{pmatrix}1 \\ 0\end{pmatrix}$ lin, y: $\begin{pmatrix}0 \\ 1\end{pmatrix}$ lin, 45°: $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 \\ 1\end{pmatrix}$ zirk, r: $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 \\ -i\end{pmatrix}$ zirk, l: $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 \\ i\end{pmatrix}$

Polarisatormatrizen x-pol.: $\begin{pmatrix}1 & 0 \\ 0 & 0\end{pmatrix}$ y-pol.: $\begin{pmatrix}0 & 0 \\ 0 & 1\end{pmatrix}$ 45°-pol.: $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1 \\ 1 & 1\end{pmatrix}$ -45°-pol.: $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & -1 \\ -1 & 1\end{pmatrix}$

Wellenplättchen $\lambda/4$, schnelle vertikal: $e^{i\pi/4}\begin{pmatrix}1 & 0 \\ 0 & -i\end{pmatrix}$ $\lambda/4$, schnelle horiz.: $e^{i\pi/4}\begin{pmatrix}1 & 0 \\ 0 & i\end{pmatrix}$ $\lambda/2$, s.v.: $e^{i\pi/2}\begin{pmatrix}-1 & 0 \\ 0 & 1\end{pmatrix}$ $\lambda/2$, s.h.: $e^{i\pi/2}\begin{pmatrix}1 & 0 \\ 0 & -1\end{pmatrix}$

$\lambda/4$, s. θ zu h.: $e^{i\pi/4}\begin{pmatrix}\cos^2\theta + i\sin^2\theta & (1-i)\sin\theta\cos\theta \\ (1-i)\sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta + i\cos^2\theta\end{pmatrix}$ $\quad \lambda/2$, s. θ zu h.: $e^{i\pi/2}\begin{pmatrix}\cos^2\theta - \sin^2\theta & 2\cos\theta\sin\theta \\ 2\cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta - \cos^2\theta\end{pmatrix}$

$\lambda/2$: $(2m+1)\pi$; $\lambda/4$: $(4m+1)\frac{\pi}{2}$ $\quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}d(n_0 - n_e)$

Bezugssystemwechsel (Rotationsmatrix) $R(\theta) = \begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$ $\quad J' = R(-\theta)\, J\, R(\theta)$

Photoeffekt

$F = q_e E$ $\quad E_{kin} = \int F dx = q_e U$

$E_{kin,max} = \underbrace{h\nu}_{E_{ph}} - \underbrace{A}_{\text{Austrittsarbeit}} = h\nu - eU_A$

Einsteingleichung $p = \hbar k$ $\quad E_{ph} = h\nu$

$N = \frac{CV}{m} = \frac{VAs}{m} = \frac{Ws}{m}$ $\quad J = VAs = Ws$ $\quad Ws = Nm$

$E_{kin,max} = eU_{max}$ $\Leftrightarrow U_{max} = \frac{h\nu}{e} - U_A$

- Strom setzt oberhalb char. Freq. ν_{grenz} ein.
- Gegenspannung > U_{max} $\Rightarrow$ kein Strom mehr
- Sättigungsstrom proportional zur Intensität d. einfallenden Lichtes
- Lichteinfall $\to$ Einsetzen des Stromes praktisch instantan.

$1eV = 1{,}602\cdot 10^{-19}J$ Energie, die ein Elektron beim Durchlaufen von 1V erhält.

$\lambda[nm] = \frac{1240}{E_{ph}[eV]}$ $\quad h\nu = \hbar\omega$

$h = 6{,}6\cdot 10^{-34}Js = 4{,}14\cdot 10^{-15}eVs$ $\quad \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}055\cdot 10^{-34}Js = 6{,}58\cdot 10^{-16}eVs$